

## Wirtschaftsmathematische Zusätze für Wirtschaftsingenieure

### Investitionsrechnung

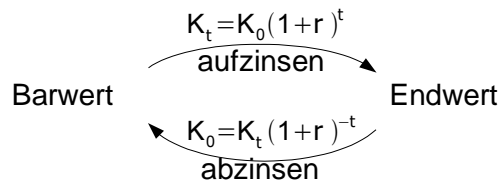
#### 1. statische Methoden:

- KVR (Kostenvergleichsrechnung)
- GVR (Gewinnvergleichsrechnung)
- statische Amortisationsdauer

#### dynamische Methoden

- IZF (Interner Zinsfuß-Methode)
- Kapitalwertmethode
- Annuitätenmethode
- dynamische Amortisationsrechnung

#### 2. Kapitalwert



Der Kapitalwert ist der Barwert aller Ein- und Auszahlungen einer Investition bei gewähltem Kalkulationszinssatz  $r$ .

$$KW = \sum_{t=0}^n (E_t - A_t) \cdot (1+r)^{-t}$$

$E_t$ : Einzahlungen

$A_t$ : Auszahlungen der Periode  $t$

$r$ : Kalkulationszinssatz

#### 3. Interner Zinsfuß

Der interne Zinsfuß ist der Zinssatz, bei dem der Kapitalwert einer Anlage null ist. Er entspricht der Rendite einer Kapitalanlage bzw. dem Effektivzins eines Kredits.

### Roter Faden – Aufgaben:

#### Investitionsrechnung:

1. A:  $-10 \cdot (1,05)^{-0} + 3,23 \cdot (1,05)^{-1} + 4 \cdot (1,05)^{-2} + 5 \cdot (1,05)^{-3} \approx 1,0 = KW_A$
- B:  $-10 + 11 \cdot (1,05)^{-1} \approx 0,5 = KW_B$
- C:  $-10 + 13,31 \cdot (1,05)^{-3} \approx 1,5 = KW_C$

→  $KW_C > KW_A > KW_B > 0$

→ Bei einem Zinssatz von 5% ist Anlage C besser als Anlage A besser als Anlage B. Allerdings sind alle Kapitalwerte positiv und somit alle Investitionen vorteilhaft.

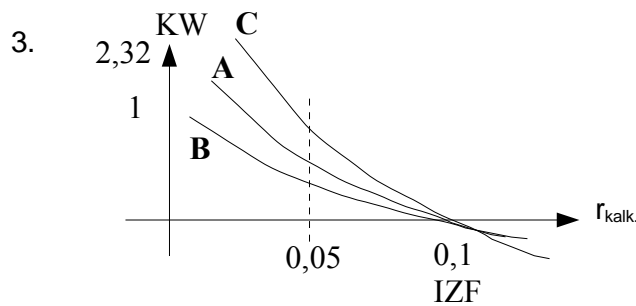
2. A:  $KW_A \stackrel{!}{=} 0$   
 $-10 + 3,23 \cdot (1+r)^{-1} + 4 \cdot (1+r)^{-2} + 5 \cdot (1+r)^{-3} = 0$   
 $\Rightarrow -10 \cdot (1+r)^3 + 3,23 \cdot (1+r)^2 + 4 \cdot (1+r) + 5 = 0$   
 $\Rightarrow r = 0,1$  Lösung mit Newton-Verfahren zur iterativen Nullstellenbestimmung →  $IZF_A = 10\%$

B:  $KW_B \stackrel{!}{=} 0$   
 $-10 + 11 \cdot (1+r)^{-1} = 0$   
 $\Leftrightarrow -10 \cdot (1+r) = -11$   
 $\Leftrightarrow -10 - 10r = -11$   
 $\Leftrightarrow 1 = 10r$   
 $\Leftrightarrow 0,1 = r \quad \rightarrow \text{IZF}_B = 10\%$

C:  $KW_C \stackrel{!}{=} 0$   
 $-10 + 13,31 \cdot (1+r)^{-3} = 0$   
 $\Leftrightarrow -10 \cdot (1+r)^3 = -13,31$   
 $\Leftrightarrow (1+r)^3 = 1,331$   
 $\Leftrightarrow 1+r = \sqrt[3]{1,331}$   
 $\Leftrightarrow 1+r = 1,1$   
 $\Leftrightarrow r = 0,1 \quad \rightarrow \text{IZF}_C = 10\%$

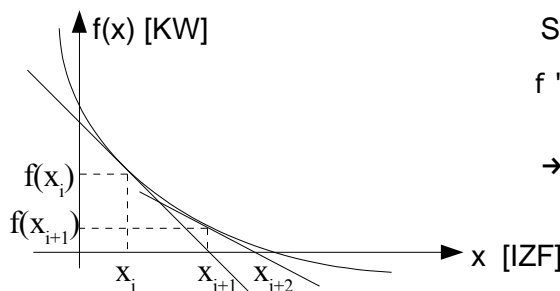
$\rightarrow$  Alle Alternativen sind gleichwertig.

[ Das heißt bei einem Zinssatz von 10% sind auch alle Kapitalwerte gleich:  
 $KW_A = KW_B = KW_C = 0$  ]



Gleicher IZF, aber durch die unterschiedliche zeitliche Zahlungsstruktur ergeben sich andere Beurteilungen, wie auch die Kapitalwertmethode zeigt.

Newton-Verfahren:



Steigung der Tangente im Punkt  $(x_i, f(x_i))$   
 $f'(x_i) = -f \frac{(x_i)}{(x_{i+1} - x_i)} \hat{=} \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$   
 $\rightarrow x_{+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$

zu IZF<sub>A</sub>:

x	f(x)	f'(x)	f(x)/f'(x)	x+1
1,05	1,023	-22,2	-0,046	1,096
1,096	0,075	-19,1	-0,039	1,0999
1,0999	...			

$\rightarrow \text{IZF}_A = 10\%$

[Annuitätenmethode fällt dieses Jahr aus (auch für die Klausur) ;-)]